Tuexenia 12: 25–28. Göttingen 1992.

Zur Verwendung des Medians bei Zeigerwertberechnungen nach ELLENBERG

– Hans Möller –

Zusammenfassung

Eine Ansprache des Standorts unter Verwendung des arithmetischen Mittels der Zeigerzahlen nach ELLENBERG (1974, 1979, 1991) ist mathematisch bedenklich. Als eine Alternative wurde von MÖLLER (1987) der nach der primären Häufigkeitstabelle bestimmte Median vorgestellt. Da dieser nur begrenzt aussagefähig ist, empfehlen KOWARIK & SEIDLING (1989) die Berechnung des Medians auf der Basis einer sekundären Häufigkeitstabelle (Tabelle mit Klasseneinteilung) mit Interpolation innerhalb der Medianklasse. Da dieses Vorgehen unter mathematischen Aspekten problematisch ist, wird es als Ersatz für das arithmetische Mitteln von Zeigerzahlen abgelehnt. Es wird vorgeschlagen, den nach der primären Häufigkeitstabelle erhaltenen Median durch seine Position innerhalb der Medianklasse zu ergänzen. Hierdurch werden die von MÖLLER (1987) aufgezeigten Nachteile des Medians überwunden.

Abstract

Ecological information may be obtained from vegetation samples using the arithmetical mean of ELLENBERG's (1974, 1979, 1991) indicator values, but this is mathematically problematic. As an alternative, the median indicator value, based on the primary table of frequency distribution, could be used (MÖLLER 1987). As the information thus obtained is limited, KOWARIK & SEIDLING (1989) propose calculating the median from the secondary table of frequency distribution (the table obtained by classification of indicator values) and interpolation within the median class. Since this procedure is also mathematically problematic, it is not acceptable as a substitute for the arithmetical mean of the indicator values. In order to avoid the disadvantages of the median discussed by MÖLLER (1987), it is proposed to add the median by its position within the median class.

Das arithmetische Mitteln der Zeigerwerte nach ELLENBERG (1974, 1979, 1991) bei der Ansprache des Standorts von Pflanzenbeständen bzw. von Pflanzengesellschaften ist nach mathematischen Kriterien nicht statthaft: Die Zeigerzahlen stellen ordinale und keine kardinalen Größen dar, was bereits von verschiedener Seite betont worden ist (vgl. z.B. VOLLRATH & SOLOMATIN 1976, DURWEN 1982, BÖCKER et al. 1983, MÖLLER 1987, KOWARIK & SEIDLING 1989). Des weiteren sind die Zeigerzahlen einer Vegetationsaufnahme oder -tabelle nicht unbedingt normalverteilt (vgl. MÖLLER 1987).

Als eine Alternative zum arithmetischen Mittel der Zeigerzahlen nannte ich (MÖLLER 1987) den Median.

Der Median (= Zentralwert) ist der Wert, der die nach der Größe angeordnete Reihe von Daten halbiert. Bei ungeradem Umfang der Reihe fällt der Median mit dem Wert in der Mitte zusammen, und es sind je (n-1):2 Einzelwerte kleiner bzw. größer als der Median. Bei geradem Umfang der Reihe wird der Median (hier besser „Pseudomedian") als arithmetisches Mittel aus den beiden mittleren Einzelwerten berechnet.

Im Gegensatz zum arithmetischen Mittel ist der Median von Ordnungszahlen mathematisch unbedenklich und setzt keine Normalverteilung voraus. Der von mir 1987 nach der primären Häufigkeitstabelle, d.h. ohne Gruppierung der Zeigerzahlen, ermittelte Median ist jedoch nur begrenzt aussagefähig. Auf Reaktionszahlen bezogen wurde erklärt:

„1. Es können nur relativ wenige Abstufungen der Bodenazidität zum Ausdruck gebracht werden.

2. Bisweilen ist es eine Frage des Zufalls, ob die zentrale Reaktionszahl um eine Einheit höher oder niedriger ausfällt.

Nehmen wir z.B. an, es liegen 183 Einzelvorkommen von Arten mit Reaktionszahlen vor, der Zentralwert (d.h. der 92. der nach der Größe geordneten Werte) sei 7 und der 91. Rang sei mit der Reaktionszahl 6 besetzt. In diesem Fall reicht bereits das (zufällige) Auftreten von zwei weiteren Einzelvorkommen mit der Reaktionszahl 6 aus, um den Zentralwert von der Zahl 7 zur Zahl 6 zu verschieben" (MÖLLER 1987, S. 502). „Reaktionszahl" kann durch jede andere Zeigerzahl ersetzt werden.

Um die Nachteile zu vermeiden, „die bei der von MÖLLER (1987b) vorgenommenen Berechnung des Zentralwertes bestehen, nämlich das alleinige Auftreten von diskreten ganzzahligen Werten und das ggf. zufällige Springen zwischen zwei dieser Werte", schlagen KOWARIK & SEIDLING (1989, S. 141; vgl. auch ELLENBERG 1991, S. 46/47) vor:

„Medianwerte sollten nach der aus dem 50%-Durchgang der Summenhäufigkeitskurve im Wahrscheinlichkeitsnetz abgeleiteten Methode bei SACHS (1988) berechnet werden, wobei die 9 (12) Zeigerwertstufen als einzelne Klassen mit der Klassenbreite 1 aufzufassen sind. Es ergibt sich folgende Formel (1)

$$x_M = U + b\left((n/2 - B_u)/n_x\right) \tag{1}$$

wobei gilt:
- x_M: Medianwert
- U: untere Grenze der Medianklasse (ein x,5 Wert)
- b: Klassenbreite (=1)
- n: Anzahl der Arten (mit Zeigerwert)
- B_u: Anzahl der Arten unterhalb der Medianklasse
- n_x: Anzahl der Arten in der Medianklasse."

Tabelle 1. Zeigerzahlenverteilung von 3 Vegetationsaufnahmen (Beispiele konstruiert) und deren Mittelwerte sowie Zeigerzahlenindices

Aufnahme	A	B	C
	2	2	2
	3	3	3
	3	4	4
	3	4	4
	4	5	5
	4	5	5
	4	6	6
	4	6	5
	5	6	6
	5	6	6
	5	6	6
	6	6	6
	x_M = 6	x_M = 6	6
	6	7	x_M = 7
	6	7	7
	6	7	7
	6	7	7
	6	7	7
	7	7	7
	7	8	8
	7	8	8
	8	8	8
	8	8	8
	8	9	8
	9	9	9
			9
			9

	A	B	C
n	25	25	27
x_M	6	6	7
x_M/Pos.	6/0,17	6/1,00	7/0,00
"x_M"(sek.)	5,71	6,43	6,58
$\bar{x}$	5,52	6,28	6,44
I_Z	0,56	0,76	0,78

n = Anzahl der Zeigerzahlen

x_M = (nach der primären Häufigkeitstabelle bestimmter) Median

x_M /Pos. = x_M mit Angabe der Position in der Mediarklasse

"x_M"(sek.) = nach der sekundären Häufigkeitstabelle bestimmter "Median"

$\bar{x}$ = arithmetisches Mittel

I_Z = Zeigerzahlenindex (Klasseneinteilung 1-5/6-9)

Der nach KOWARIK & SEIDLING (1989) somit durch Interpolation in der Medianklasse ermittelte Rechenwert hat einen höheren Informationsgehalt als der nach der primären Häufigkeitstabelle bestimmte Median:

1. Das zufällige „Springen" des Medians zwischen zwei ganzzahligen Werten durch das Hinzukommen bzw. Wegfallen von nur zwei Zeigerzahlen wird vermieden.

So ist der über die primäre Häufigkeitstabelle festgestellte Median in Aufnahme B in Tabelle 1 gleich 6; nach Hinzutreten von nur zwei Zeigerzahlen (hier einer 8 und einer 9) „springt" der Median auf 7 (vgl. Aufnahme C in Tabelle 1). Die entsprechenden nach dem Vorschlag von KOWARIK & SEIDLING (1989) berechneten Werte (6,43 und 6,58) beinhalten hingegen einen nur relativ geringen zahlenmäßigen Anstieg.

2. Die Position des Medians innerhalb der Medianklasse wird markiert.

Während sich für die Aufnahmen A und B in Tabelle 1 nach dem von mir (MÖLLER 1987) verwandten Verfahren die gleichen Mediane ergeben, liegen die nach KOWARIK & SEIDLING (1989) erhaltenen Rechenwerte (5,71 und 6,43) merklich auseinander. Dies entspricht den Positionen der Mediane innerhalb ihrer Klassen.

Die Stellung des Medians innerhalb seiner Klasse ist nicht ohne Aussagekraft: Je höher der Rang des Medians innerhalb der Medianklasse ausfällt, desto geringer ist der (relative) Anteil der Zeigerzahlen unterhalb der Medianklasse. Dementsprechend besteht die Neigung, daß der Anteil höherer Zeigerzahlen zunimmt.

Im Falle der Aufnahmen A und B in Tabelle 1 wird diese Tendenz auch durch die arithmetischen Mittelwerte (5,52 und 6,28) sowie die Zeigerzahlenindices (Erklärung s. u.) (0,56 und 0,76) unterstrichen.

Obwohl das von KOWARIK & SEIDLING (1989) empfohlene Verfahren einen höheren Informationsgehalt vermittelt als die Bestimmung des Medians nach der primären Häufigkeitstabelle, habe ich es seinerzeit (MÖLLER 1987) unerwähnt gelassen:

KOWARIK & SEIDLING (1989) behandeln die Zeigerzahlen der Medianklasse, die definitiv alle gleich sind, als wären sie stetig verteilt.

„*Stetig* heißt ein Merkmal, wenn es in einem bestimmten Intervall ... jeden möglichen Wert annehmen kann" (WEBER 1980, S. 24).

Ist der aus der primären Häufigkeitstabelle abgelesene Median z.B. 6, dann operieren KOWARIK & SEIDLING (1989) so, als würden die Werte der Medianklasse zwischen den Klassengrenzen 5,5 und 6,5 kontinuierlich ansteigen. Es wird also vorausgesetzt, daß der Median, in Abhängigkeit von der jeweiligen Häufigkeitsverteilung der Zeigerzahlen, theoretisch jeden auch gebrochenen Wert zwischen 5,5 und 6,5 annehmen kann.

WEBER (1980, S. 46/47) geht bei der Berechnung des Zentralwerts auf der Grundlage einer Klasseneinteilung von Meßwerten aus, die ja ihrem Wesen nach stetig verteilt sind. SPIEGEL (1983, S. 57) fordert in einem entsprechenden Anwendungsbeispiel expressis verbis eine stetige Verteilung der Daten.

Es wäre wenig überzeugend gewesen, hätte ich in dem erwähnten Beitrag (MÖLLER 1987) einen solchen mathematisch bedenklichen „Median" als Alternative zu einem vorher als mathematisch bedenklich kritisierten arithmetischen Mittel empfohlen. Will man dennoch mit dem Median als Mittelwert der Zeigerzahlen arbeiten und dessen obengenannte begrenzte Aussagekraft vermeiden, so wird vorgeschlagen: Den Medianwerten wird jeweils ihre Position innerhalb der Medianklasse hinzugefügt. Dies kann durch Angabe des prozentualen Anteils der übrigen Werte der Medianklasse, die unterhalb des Medians liegen, geschehen.

Für Aufnahme A in Tabelle 1 z.B. ergibt sich als „ergänzter Median" 6/0,17; für Aufnahme B erhalten wir 6/1,00. Es befinden sich also 17% bzw. 100% der übrigen Werte der Medianklasse unterhalb des Medians.

Das Hinzufügen der Position des Medians innerhalb seiner Klasse relativiert das zufällige Springen zwischen zwei (ganzzahligen) Medianwerten. Die Zentralwerte der Aufnahmen B und C in Tabelle 1 z.B. lauten nach Ergänzung ihrer Stellung innerhalb der jeweiligen Medianklasse 6/1,00 und 7/0,00. Daraus geht hervor, daß zwei Werte vorliegen, die größenmäßig eng beieinander liegen.

Seinerzeit (MÖLLER 1987) stellte ich als Alternative zum arithmetischen Mittel der Zeigerwerte einen Zahlenindex zur Diskussion, der auf einer Einteilung der Zeigerzahlen in lediglich zwei Klassen beruht. Die Kenngröße ergibt sich aus dem Quotienten zwischen der Anzahl der Zeigerzahlen der höheren Stufe und der Anzahl aller Zeigerzahlen der Bestandsaufnahme bzw. Vegetationstabelle. Der zunächst entwickelte „Reaktionszahlen-Index" (I_R) berechnet sich aus $\frac{n_R\,6\ldots9}{n_R\,1\ldots9}$, d.h. aus der Relation zwischen der Anzahl (n) der Einzelwerte mit den Reaktionszahlen (R) 6 bis 9 und der Summe sämtlicher Einzelvorkommen mit Reaktionszahlen.

Ob ein um die Positionsangabe erweiterter Medianwert oder der angeführte Zahlenindex den Standort besser indiziert, kann nur empirisch beantwortet werden. Im übrigen ist zu empfehlen, das arithmetische Mittel von Zeigerzahlen nur dann durch mathematisch unbedenkliche Methoden zu ersetzen, wenn diese zu einer mindestens ebenso guten ökologischen Aussage führen.

Literatur

BÖCKER, R., KOWARIK, I., BORNKAMM, R. (1983): Untersuchungen zur Anwendung der Zeigerwerte nach ELLENBERG. – Verh. Ges. Ökol. 11: 35–56.

DURWEN, K.-J. (1982): Zur Nutzung von Zeigerwerten und artspezifischen Merkmalen der Gefäßpflanzen Mitteleuropas für Zwecke der Landschaftsökologie und -planung mit Hilfe der EDV – Voraussetzungen, Instrumentarien, Methoden und Möglichkeiten. – Arbeitsber. Lehrst. Landschaftsökol. Münster 5: 1–138.

ELLENBERG, H. (1979): Zeigerwerte der Gefäßpflanzen Mitteleuropas. – (1. Aufl. 1974). 2. Aufl. – Scripta Geobot. 9: 1–122.

– (1991): Zeigerwerte der Gefäßpflanzen (ohne *Rubus*). – In: ELLENBERG, H., WEBER, H.E., DÜLL, R., WIRTH, V., WERNER, W., PAULISSEN, D.: Zeigerwerte von Pflanzen in Mitteleuropa. – Scripta Geobot. 18: 9–166.

KOWARIK, I., SEIDLING, W. (1989): Zeigerwertberechnungen nach ELLENBERG. – Zu Problemen und Einschränkungen einer sinnvollen Methode. – Landschaft u. Stadt 21 (4): 132–143.

MÖLLER, H. (1987): Wege zur Ansprache der aktuellen Bodenazidität auf der Basis der Reaktionszahlen von Ellenberg ohne arithmetisches Mitteln dieser Werte. – Tuexenia 7: 499–505.

SPIEGEL, M.R. (1976): Statistik (Nachdruck 1983). – McGraw-Hill Book Company GmbH. Hamburg / Toronto.

VOLLRATH, H., SOLOMATIN, A. (1976): Die ökologische Auswertung von Vegetationsaufnahmen. – Lehrst. f. Grünlandlehre TU München, Freising-Weihenstephan.

WEBER, E. (1980): Grundriß der biologischen Statistik. – Gustav Fischer Verlag, Stuttgart, New York.

Prof. Dr. Hans Möller
Institut für Geobotanik
der Universität
Nienburger Straße 17
D-3000 Hannover